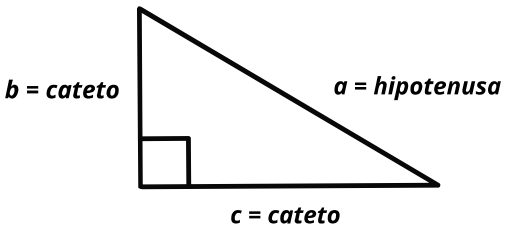
# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

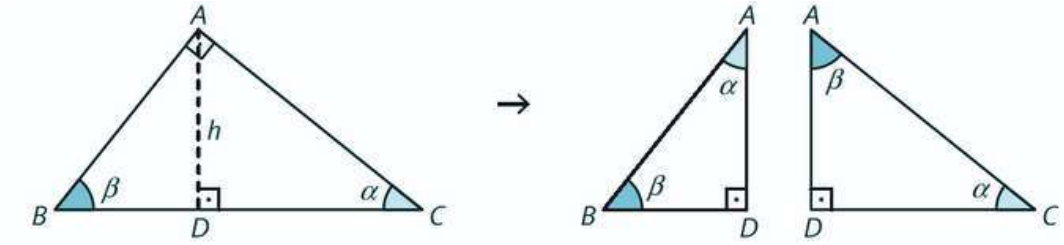
O triângulo retângulo será o foco do estudo desta semana. Exploraremos as relações entre as medidas lineares nesse contexto, fundamentadas no conceito de semelhança entre triângulos retângulos.
Na figura a seguir, os diferentes elementos do triângulo estão claramente destacados para facilitar a compreensão de suas relações métricas.

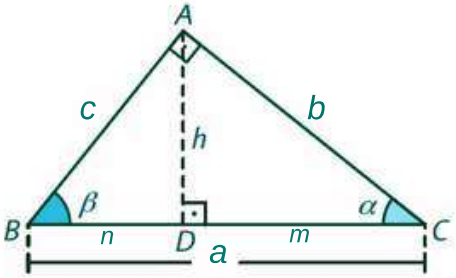



A **hipotenusa**, representada pela letra **a**, é sempre o maior lado do triângulo retângulo. Ela sempre será o lado oposto ao ângulo de 90º.

Os outros dois lados, representados pelas letras **b** e **c**, são conhecidos como **catetos**. Estes lados são perpendiculares entre si, por isso formam o ângulo de 90º.

Considerando a altura relativa à hipotenusa, obtemos dois outros triângulos retângulos. Traçando a altura AD relativa à hipotenusa do triângulo retângulo ABC, temos, pelo 1º caso de semelhança **(AA), ABC ~ DBA ~ DAC .**




- **a** é o comprimento da hipotenusa.
- **b** é o comprimento de um dos catetos.
- **c** é o comprimento do outro cateto.
- **h** é o comprimento da altura relativa à hipotenusa.
- **m** é o comprimento da projeção do cateto b sobre a hipotenusa.
- **n** é o comprimento da projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

Além disso, temos **a = m + n** .

| Relações Métricas | |
|---|---|
| **b . h = c . m** | **h² = m . n** |
| **b . n = c . h** | **c² = a . n** |
| **a . h = c . b** | **b² = a . m** |
| **a² = b² + c²** | |

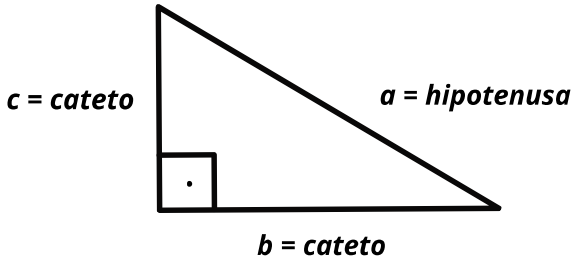
- $\frac{b}{c} = \frac{m}{h} \Rightarrow b \cdot h = c \cdot m$
- $\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \Rightarrow m \cdot n = h^2$
- $\frac{b}{c} = \frac{h}{n} \Rightarrow b \cdot n = c \cdot h$
- $\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow a \cdot n = c^2$
- $\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow a \cdot h = c \cdot b$
- $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow a \cdot m = b^2$

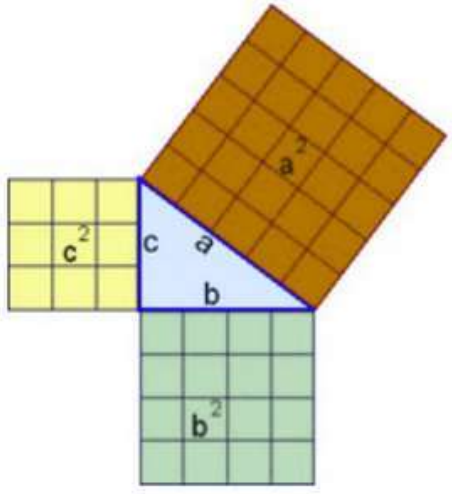
***A última relação, que é a mais importante, é conhecida como Teorema de Pitágoras.***

# CONCEITOS E CONTEÚDOS

## TEOREMA DE PITÁGORAS

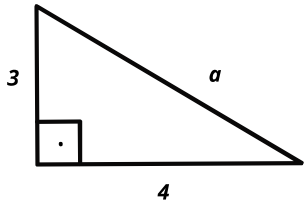
*Em todo triângulo retângulo a* ***"A hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos quadrados dos catetos."***




$$a^2 = b^2 + c^2$$

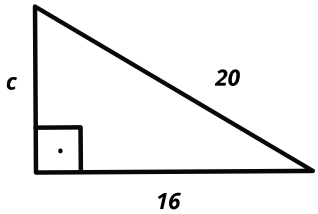
- Calculando a medida da ***hipotenusa***: Se um triângulo retângulo apresenta 3 cm e 4 cm como medidas dos catetos, qual a hipotenusa desse triângulo?




$a^2 = b^2 + c^2$
$a^2 = 4^2 + 3^2$
$a^2 = 16 + 9$
$a^2 = 25$
$a = \sqrt{25}$
$a = 5$

Portanto, a hipotenusa mede 5 cm.

- Calculando a medida de um dos ***catetos***: Determine a medida de um cateto que faz parte de um triângulo retângulo, cuja hipotenusa é 20 cm e o outro cateto mede 16 cm?




$a^2 = b^2 + c^2$
$20^2 = 16^2 + c^2$
$400 = 256 + c^2$
$400 - 256 = c^2$
$c^2 = 144$
$c = \sqrt{144}$
$c = 12$

Portanto, a medida do cateto é 12 cm.

## MATERIAL EXTRA

Você poderá acessar um exemplo similar aos exercícios anteriores no Geogebra de forma interativa, clicando no botão abaixo ou fazendo a leitura no QR Code ao lado.

**Clique aqui**

# EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

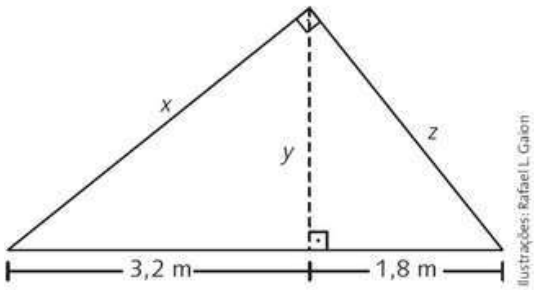
**1** Considerando o triângulo retângulo ao lado, vamos determinar os valores de x, y e z.

**Resolução:**

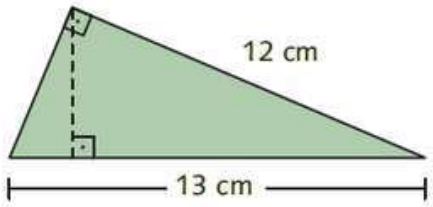
$$\frac{3,2+1,8}{x}=\frac{x}{3,2}\Rightarrow 5\cdot 3,2=x\cdot x\Rightarrow 16=x^2\Rightarrow x=4\rightarrow 4\text{ cm}$$

$$\frac{3,2}{y}=\frac{y}{1,8}\Rightarrow 3,2\cdot 1,8=y\cdot y\Rightarrow 5,76=y^2\Rightarrow y=2,4\rightarrow 2,4\text{ cm}$$

$$\frac{3,2+1,8}{z}=\frac{z}{1,8}\Rightarrow 5\cdot 1,8=z\cdot z\Rightarrow 9=z^2\Rightarrow z=3\rightarrow 3\text{ cm}$$




**2** Calcule o perímetro e a área do triângulo abaixo:




**Resolução:**

Seja x o comprimento do cateto menor. Assim:

$12^2 + x^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \rightarrow 5$ cm

O perímetro P é calculado por:

$P = 13 + 12 + 5 = 30 \rightarrow 30$ cm

Seja h o comprimento da altura relativa à hipotenusa. Desse modo:

$$\frac{13}{5}=\frac{12}{h}\Rightarrow 13\cdot h=5\cdot 12\Rightarrow h=\frac{60}{13}\rightarrow\frac{60}{13}\text{ cm}$$

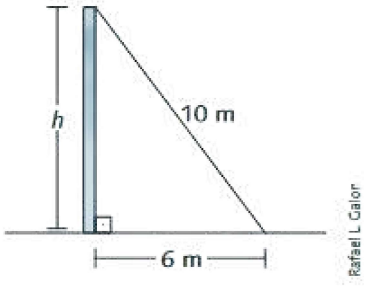
A área A é calculada por:

$$A=\frac{13\cdot\frac{60}{13}}{2}=\frac{60}{2}=30\rightarrow 30\text{ cm}^2$$

**3** Para apoiar um poste de rede elétrica, foi utilizado um cabo de aço fixado ao solo a uma distância de 6 m do poste. Calcule a que altura aproximada do poste em que está fixado o cabo de aço sabendo que ele mede 10 m.

**Resolução:**

Podemos fazer uma representação dessa situação por meio do esquema apresentado. Utilizando o teorema de Pitágoras, calculamos a altura h:




**Resolução:**

$a^2 = b^2 + c^2$

$10^2 = h^2 + 6^2$

$100 = h^2 + 36$

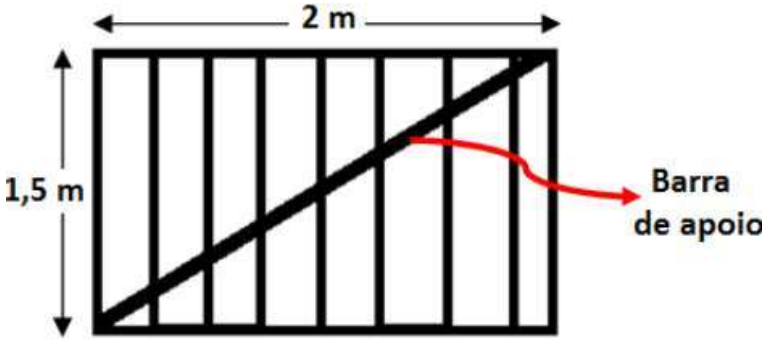
$h^2 = 100 - 36$

$h^2 = 64$

$h = 8$

Portanto, a altura é, aproximadamente, 8 m.

**4** (BPW - Adaptada). A figura abaixo, mostra um portão feito com barras de ferro. Para garantir sua rigidez, foi colocada uma barra de apoio. Qual é a medida dessa barra de apoio?




**Resolução:**
Aplicando o Teorema de Pitágoras, para calcular a medida dessa barra de apoio (hipotenusa):

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 2^2 + (1,5)^2$$
$$a^2 = 4 + 2,25$$
$$a^2 = 6,25$$
$$a = \sqrt{6,25}$$
$$a = 2,5\ m$$

## MATERIAL EXTRA

Você poderá acessar um exemplo similar aos exercícios anteriores no Geogebra de forma interativa, clicando no botão abaixo ou fazendo a leitura no QR Code ao lado.

**Clique aqui**

## ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

### Atividade 1

Considere o triângulo retângulo representado a seguir e indique as medidas de cada elemento:

a) Hipotenusa:

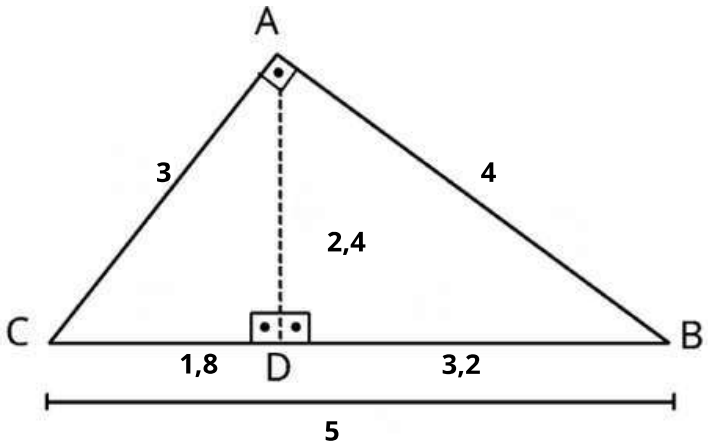
b) Cateto menor:

c) Cateto maior:

d) Altura relativa à hipotenusa:

e) Projeção do menor cateto:

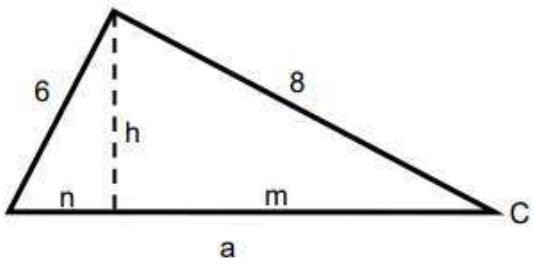
f) Projeção do maior cateto:



# ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

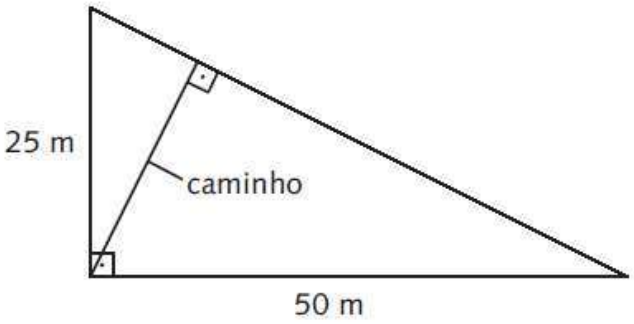
## Atividade 2

No triângulo abaixo, os catetos medem 8cm e 6cm. Determine a medida da hipotenusa **a**, das projeções **m** e **n** e da altura **h**.




## Atividade 3

Em uma praça com formato de triângulo retângulo, um caminho em linha reta será construído ligando um "vértice" a um de seus lados, conforme o esquema.



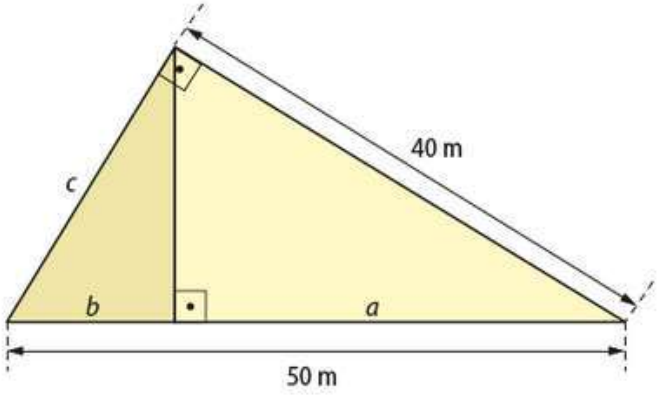

Desconsiderando a largura do caminho, calcule:

a ) o comprimento do maior lado da praça.

b ) o comprimento do caminho.

## Atividade 4

Um fazendeiro possuía um lote de terra em formato de triângulo retângulo cujo maior lado media 40 m. Ele resolveu comprar o lote ao lado, que também apresentava o formato de triângulo retângulo, conforme ilustra a figura. Após a compra, o novo terreno tinha o maior lado medindo 50 m.




Com base nessas informações, determine:

a) a medida a do lado do primeiro terreno.

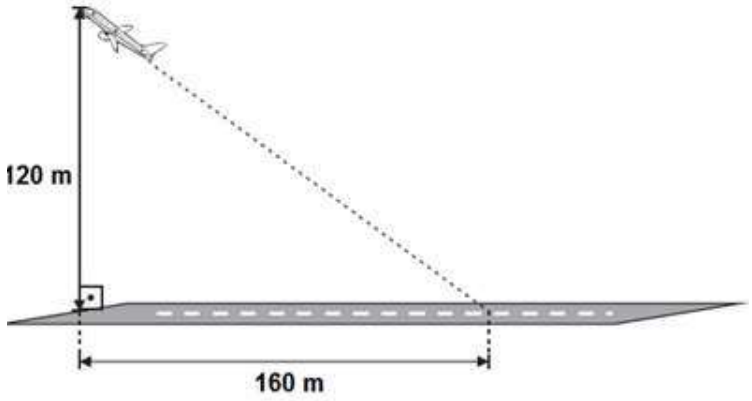
b) a medida do menor lado do terreno comprado.

c) a medida do menor lado do terreno maior.

# ATIVIDADES PARA OS ESTUDANTES

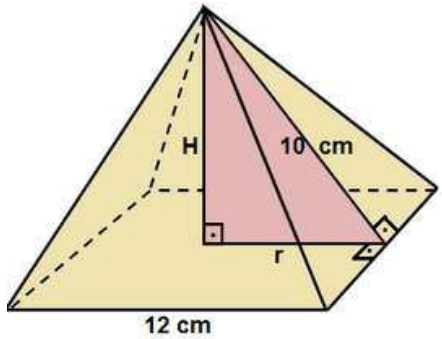
## Atividade 5

(PAEBES - Adaptada) No processo de decolagem, um avião saiu do chão sob um determinado ângulo e se manteve em linha reta até atingir a cabeceira da pista, conforme o desenho abaixo. De acordo com esse desenho, quantos metros esse avião percorreu do momento em que saiu do chão até o momento em que atingiu a cabeceira da pista de decolagem?



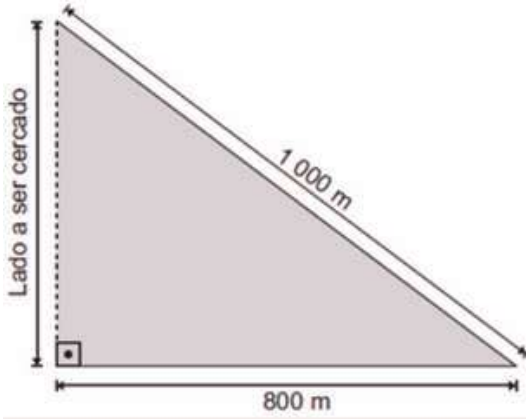

## Atividade 6

(BPW - Adaptada) Uma empresa quer acondicionar seus produtos, que têm o formato de uma pirâmide de base quadrada, em caixa de papelão para exportação. Qual é altura mínima que deve ter essa caixa da caixa de papelão?



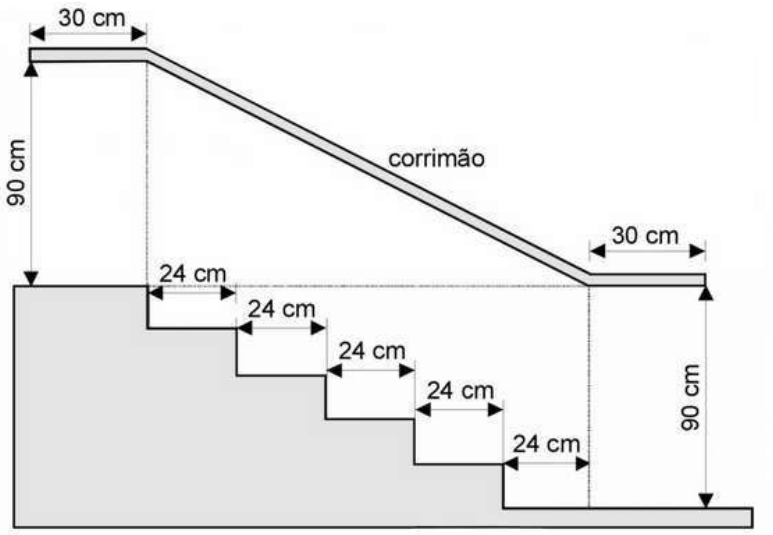

## Atividade 7

(SAEP - Adaptada) Getúlio cercará um terreno triangular que será utilizado no plantio de algodão. Esse terreno já possui cerca em dois de seus lados, sendo necessário cercar apenas o terceiro lado, conforme representado na figura abaixo. Qual é a medida do comprimento do lado desse terreno que deverá ser cercado?



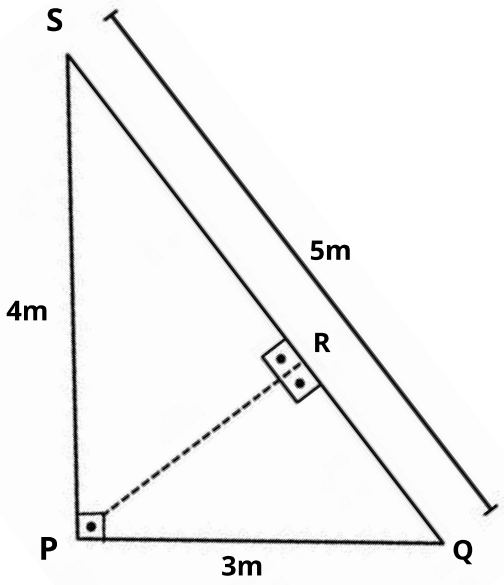
## Atividade 8

(ENEM 2006 - Adaptado.) O esquema abaixo representa o projeto de uma escada de 5 degraus com mesma altura. Calcule o comprimento total do corrimão.




## Atividade 9

(SEAPE) Para reforçar uma estrutura triangular em sua obra, um engenheiro encomendou de um serralheiro, em vergalhão, a peça representada pelo segmento PR no desenho ao lado. Qual deve ser a medida do comprimento, em metros, da peça encomendada pelo engenheiro?

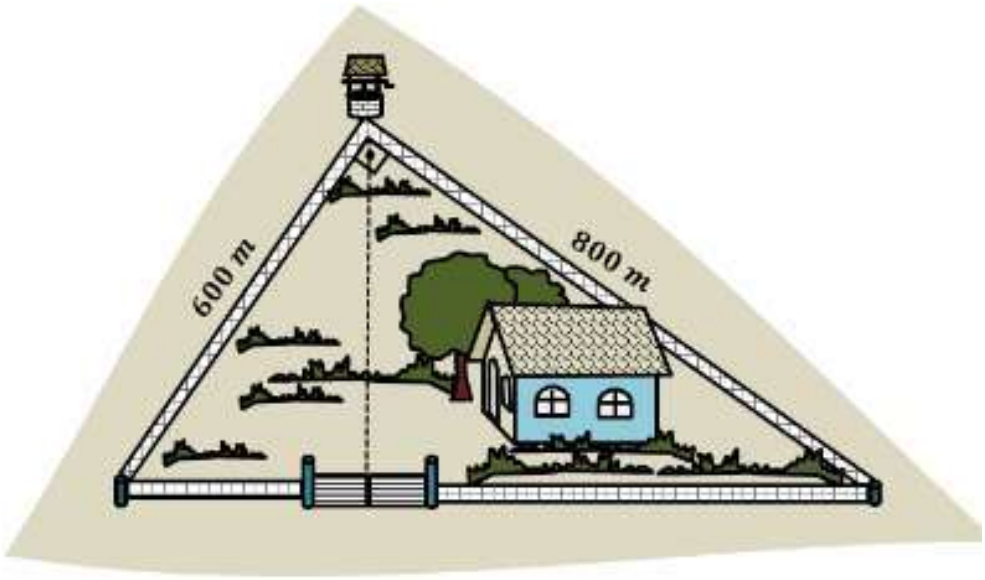



## Atividade 10

A figura representa a vista frontal de uma casa. Determine as medidas **x**, **y** e **h** das dimensões do telhado dessa casa.

**Atividade 11**

A chácara de Ângela tem a forma de um triângulo retângulo e as dimensões indicadas na figura. Qual a distância entre o portão e o poço?



## Respostas

### Atividade 1

a) Hipotenusa: 5

b) Cateto menor: 3

c) Cateto maior: 4

d) Altura relativa à hipotenusa: 2,4

e) Projeção do menor cateto: 1,8

f) Projeção do maior cateto: 3,2

### Atividade 2

Determinando a medida da hipotenusa **a**.

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 8^2 + 6^2$$
$$a^2 = 64 + 36$$
$$a^2 = 100$$
$$a = \sqrt{100} \Rightarrow a = 10cm$$

Determinando a medida das projeções **m** e **n**.

$$b^2 = a.m$$
$$8^2 = 10.m \Rightarrow 64 = 10.m$$
$$m = \frac{64}{10} \Rightarrow m = 6,4cm$$
$$m + n = a$$
$$6,4 + n = 10$$
$$n = 10 - 6,4 \Rightarrow n = 3,6cm$$

Determinando a medida da altura **h**.

$$b.c = a.h$$
$$8.6 = 10.h$$
$$48 = 10.h \Rightarrow h = \frac{48}{10} \Rightarrow h = 4,8cm$$

### Atividade 3

a) Sendo $\ell$ a hipotenusa do triângulo, temos:
$\ell^2 = 25^2 + 50^2 \Rightarrow \ell^2 = 3\,125 \Rightarrow \ell = 25\sqrt{5}$, pois $\ell > 0$.
Logo, o comprimento do lado maior da praça é $25\sqrt{5}$ m, ou aproximadamente 55,9 m.

b) Indicando por $c$ o caminho, segue que:
$25\sqrt{5} \cdot c = 25 \cdot 50 \Rightarrow 25\sqrt{5} \cdot c = 1250 \Rightarrow c = 10\sqrt{5}$, pois $c > 0$.
Portanto, o comprimento do caminho que será construído é $10\sqrt{5}$ m ou aproximadamente 22,4 m.

### Atividade 4

a) Com base nos dados da figura, podemos utilizar semelhança de triângulos para chegar à seguinte relação:

$$\frac{40}{50} = \frac{a}{40}$$

$40^2 = 50 \cdot a \Rightarrow 1\,600 = 50a \Rightarrow a = \frac{1\,600}{50} = 32$
$a = 32$ m

b) Com base nos dados da figura:
$50 = 32 + b \Rightarrow b = 50 - 32 = 18 \Rightarrow b = 18$ m

c) Com base nos dados da figura:
$50^2 = 40^2 + c^2$
$2\,500 = 1\,600 + c^2 \Rightarrow 2\,500 - 1\,600 = c^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow c = \pm\sqrt{900} = 30 \Rightarrow c = 30$ m

### Atividade 5

Aplicando o teorema de Pitágoras, para calcular o comprimento x (hipotenusa):

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$x^2 = (120)^2 + (160)^2$$
$$x^2 = 14\,400 + 25\,600$$
$$x = \sqrt{40\,000}$$
$$x = 200\,m$$

O avião percorreu 200m.

### Atividade 6

Aplicando o teorema de Pitágoras, para calcular a altura H ("cateto"):

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$10^2 = H^2 + 6^2$$
$$100 = H^2 + 36$$
$$100 - 36 = H^2$$
$$\sqrt{64} = H$$
$$H = 8cm$$

A altura mínima que a caixa de papelão deve ter é 8cm.

## Respostas

### Atividade 7

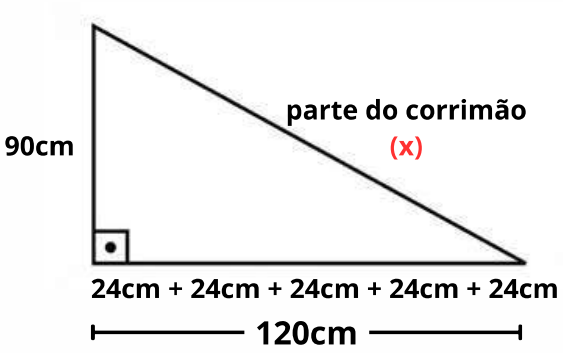
Aplicando o teorema de Pitágoras, para calcular o comprimento x (lado a ser cercado - "cateto"):

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$(1\,000)^2 = x^2 + (800)^2$$
$$1\,000\,000 = x^2 + 640\,000$$
$$1\,000\,000 - 640\,000 = x^2$$
$$x = \sqrt{360\,000}$$
$$x = 600\ metros$$

A medida do comprimento do terreno é 600m.

### Atividade 8

Considerando o triângulo retângulo em destaque, temos:




Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 90^2 + 120^2$$
$$x^2 = 8100 + 14400$$
$$x^2 = 22500$$
$$x = \sqrt{22500}$$
$$x = 150cm$$

Portanto a medida do corrimão é:
**30cm + 150cm + 30cm = 210cm.**

### Atividade 9

$$a.h = b.c$$
$$5.h = 4.3$$
$$h = \frac{12}{5} \Rightarrow 2,4$$

A medida do comprimento da peça deve ser 2,4 metros.

### Atividade 10

Podemos observar que já temos a medida da hipotenusa :

$$a = m + n \Rightarrow a = 4 + 6 \Rightarrow a = 10cm$$

Calculando a medida de x:

$$x^2 = a.n \Rightarrow x^2 = 10.4$$
$$x = \sqrt{40} \Rightarrow x = 6,32m$$

Calculando a medida de y:

$$y^2 = a.m \Rightarrow y^2 = 10.6$$
$$y = \sqrt{60} \Rightarrow y = 7,74m$$

Calculando a medida de h:

$$h^2 = m.n \Rightarrow h^2 = 4.6$$
$$h = \sqrt{24} \Rightarrow h = 4,8m$$

### Atividade 11

Calculando a medida da hipotenusa:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 800^2 + 600^2$$
$$a^2 = 640000 + 360000$$
$$a^2 = 1000000$$
$$a = \sqrt{1000000} \Rightarrow a = 1000m$$

Calculando a distância h entre o portão e o poço::

$$a.h = b.c$$
$$1000.h = 800.600$$
$$h = \frac{480000}{1000} \Rightarrow 480m$$